

Формула суммы n первых членов арифметической прогрессии (урок изучения нового материала)

Учитель: Лукашик Алла Михайловна

Урок в 9 классе

Цель урока: организовать деятельность учащихся по формированию умений выводить формулы для вычисления суммы n -первых членов арифметической прогрессии и применять полученные знания при решении задач

Задачи:

–**образовательные**

- создать условия для формирования умений выводить формулы для вычисления суммы n -первых членов арифметической прогрессии, обеспечить усвоение формул, показать их использование в реальной ситуации;

- формировать умение фиксировать затруднение, ставить цель и планировать свою деятельность;

–**развивающие**

- создать условия для развития положительной мотивации к учебно-познавательной деятельности, творческой инициативы и активности, развивать различные виды мышления, памяти, внимания и речи;

- создать условия способствующие самостоятельному приобретению знаний путем творческого поиска и решения проблемных вопросов и ситуаций.

- содействовать развитию умений осуществлять рефлексивную деятельность;

–**воспитательные**

- способствовать развитию чувства ответственности, товарищества и взаимопомощи, чувства любви к окружающему миру.

- Способствовать формированию личностных качеств: точность и ясность словесного выражения мысли; сосредоточенность и внимание; настойчивость и ответственность.

Эпиграф к уроку:

В математике следует помнить не формулы, а процессы мышления.

Математик В.П. Ермаков.

Основные этапы урока:

1. Организационный.
2. Проверка домашней работы.
3. Подготовка к активной деятельности на основном этапе урока.
4. Изучение нового материала.
5. Первичная проверка усвоения знаний.
6. Закрепление знаний (работа в группах).
7. Контроль и проверка знаний.
8. Подведение итогов урока.
9. Домашнее задание и инструктаж по его выполнению.

Ход урока.

1. Организационный момент.

2. Проверка домашней работы

а) теоритический материал (слайд 3 - фронтальная беседа)

б) практические задачи:

№ 4.99 (слайд4)

Воспользуйтесь характеристическим свойством арифметической прогрессии и найдите, при каком значении переменной значения выражений $9-4x$; $2x+5$ и $3x-1$ будут являться последовательными членами арифметической прогрессии.

№ 4.102*(слайд 5)

В арифметической прогрессии третий и десятый члены соответственно равны 12 и -2. Найдите сумму второго и одиннадцатого членов прогрессии.

Свойства, используемые в домашней работе вам пригодятся на уроке для решения поставленных задач. Ещё раз на них обратим внимание. Слайд 6 - Видео с характеристическим свойством.

3. Подготовка к активной деятельности на основном этапе урока.

Слайд 7 -Видео с постановкой проблемной задачи о количестве решённых задач за месяц.

С аналогичной задачей связан интересный исторический факт из жизни немецкого математика Карла Гаусса.

Портрет К. Гаусса на доске. Ученик, который заранее подготовил сообщение, рассказывает, что, когда Гаусс учился в школе, учитель предложил учащимся сложить все натуральные числа от 1 до 100. Маленький Гаусс решил эту задачу за минуту. Как Гаусс получил ответ?

4. Изучение нового материала

Поиск путей решения.

Учащиеся высказывают свои предположения, затем подводится итог: сообразив, что суммы $1+100$, $2 + 99$ и т.д. равны, Гаусс умножил 101 на 50. Он заметил закономерность, которая присуща арифметической прогрессии. С помощью этих рассуждений можно найти сумму n первых членов любой прогрессии.

Слайд 8,9,10 - Видео как был решен вопрос.

Можно без видео, тогда так:

Вывод формулы суммы n первых членов арифметической прогрессии.

Ученики вместе с учителем записывают вывод формулы

Пусть (a_n) - арифметическая прогрессия. Найти S_n .

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + a_n$$

$$S_n = a_n + a_{n-1} + a_{n-2} + \dots + a_2 + a_1$$

$$2S_n = (a_1 + a_n) + (a_2 + a_{n-1}) + \dots + (a_{n-1} + a_2) + (a_n + a_1)$$

$$a_2 + a_{n-1} = a_1 + d + a_n - d = a_1 + a_n$$

$$2S_n = (a_1 + a_n) \cdot n; S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

5. Первичное закрепление.

Итак, выясните сколько же задач за месяц вы можете решить.

После решения учащимися этой задачи можно включить слайд 11 – видео с итогом этой задачи.

Сейчас применим полученную формулу для вычисления суммы n-первых членов арифметической прогрессии.

№4.112

Найдите сумму сорока первых членов арифметической прогрессии (c_n), если:
а) $c_1=6$; $c_{40}=128$; б) $c_1=-2\sqrt{7}$; $c_{40}=-36\sqrt{7}$.

Удобный этот способ для вычисления?

А как решить следующую задачу?

Задача

Вычислите сумму 9 первых членов арифметической прогрессии (a_n), если первый член равен -17 и разность равна 6.

Можно ли вычислить сразу, используя формулу?

Нет, так как неизвестен 9 член.

Как его найти?

По формуле n-ого члена арифметической прогрессии.

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

А нельзя ли найти сумму n первых членов арифметической прогрессии, не вычисляя девятого члена прогрессии?

Постановка проблемы.

Постановка задачи: получить формулу суммы n первых членов арифметической прогрессии, зная ее первый член и разность.

Один ученик выводит формулу у доски, остальные в тетради.

Слайд 12 - с формулами суммы.

Далее решаем поставленную задачу по новой формуле.

Слайд 13 - задача с шарами.

6. Закрепление знаний

Групповая работа. (4 ученика в группе выполняют №4.115)

7. Контроль и проверка знаний.

Дифференцированная самостоятельная работа (3 варианта)

Вариант 1. Дано: (а)- арифметическая прогрессия.

1. $a_1 = -3$, $a_6 = 21$, $S_6 = ?$

2. $a_1 = 6$, $d = 4$. $S_{12} = ?$

Вариант 2. Дано: (а)- арифметическая прогрессия.

1. $a_1 = 2$, $a_8 = -23$. $S_8 = ?$

2. $a_1 = -7$, $d = 4$. $S_5 = ?$

3. Найдите сумму $2 + 4 + 6 + \dots + 2n$, слагаемыми которой являются все четные натуральные числа от 2 до $2n$.

Решение. $S_n = \frac{2 \cdot 2 + (n-1) \cdot 2}{2} \cdot n = n^2 + n$.

Вариант 3. (для сильных ребят). Поливка огорода по рисунку.

В огороде 30 грядок, каждая длиной 16м и шириной 2,5м. Поливая грядки, если приносит ведра с водой из колодца, расположенного в 14 м от края огорода, и обходит грядки по меже, причем воды, приносимой за один раз, достаточно для поливки только одной грядки. Какой длины путь должен пройти огородник, поливая весь огород? Путь начинается и кончается у колодца.

Решение.

(рисунок с расположением грядок на огороде на обычной доске)

Для поливки первой грядки огородник должен пройти путь

$$14 + 16 + 2,5 + 16 + 2,5 + 14 = 65 \text{ м.}$$

При поливке второй грядки он проходит

$$14 + 2,5 + 16 + 2,5 + 16 + 2,5 + 2,5 + 14 = 70 \text{ м.}$$

Каждая следующая грядка требует пути на 5м длиннее предыдущей. Имеем прогрессию:

$$65; 70; 75; \dots ; 65 + 5 \cdot 29.$$

$$\text{Сумма ее членов равна } \frac{(65 + 65 + 29 \times 5) \cdot 30}{2} = 4125 \text{ м.}$$

Огородник при поливке всего огорода проходит путь в 4125 м.

Взаимоконтроль. Ученики меняются тетрадями и проверяют друг у друга. Выставляют отметки. Объективность выставления оценок учитель проверяет, подводя итог урока.

8. Подведение итогов урока (Рефлексия)

Определяем вместе: что делали, зачем, к какому результату пришли. Либо обсуждают в парах: я научился, я узнал нового..., я что-то не понял.... И если при обсуждении в парах кто-то разобрал материал лучше, чем его сосед, он может объяснить своему однокласснику недопонятые моменты еще раз. Считаю это важным этапом, т.к. то, что проговаривает ученик, а если еще и не один раз, лучше запоминается.

9. Домашнее задание.

§16, № 4.144, 4.145, 4.146. (Комментарий требуется к последней задаче)